

## Les calculs sans calculatrice avec des puissances de dix (leçon)

Rappel : on appelle puissance de dix un nombre écrit sous la forme  $10^a$  où  $a$  est un nombre réel appelé l'EXPOSANT. Dans la pratique, en physique et en seconde,  $a$  sera un nombre entier.

On a souvent besoin d'effectuer des calculs avec des puissances de 10.

Par exemple au cours des applications numériques, pour faire des calculs rapides (par écrit ou de tête) ou encore pour réaliser des conversions d'une unité composée à une autre (passer des g/L au g/m<sup>3</sup>...).

On va étudier cinq cas de calculs avec des puissances de 10.

### Premier cas : Multiplier deux puissances de dix :

La règle : Lorsque l'on multiplie entre elles deux puissances de dix, on obtient une nouvelle puissance de dix, dont l'exposant est la somme des deux exposants :  $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$

Exemples :  $10^3 \times 10^2 = 10^{3+2} = 10^5$

Si l'on décompose cet exemple simple : on multiplie  $10^3$  (un 1 suivi de 3 zéros) par 10 puis à nouveau par 10. On ajoute donc deux zéros à 1000, d'où l'addition entre les deux exposants. Le un sera donc suivi de  $3+2 = 5$  zéros.

$$10^3 \times 10^{-5} = 10^{3-5} = 10^{-2}$$

$$10^{-6} \times 10^{-3} = 10^{-6-3} = 10^{-9}$$

### Deuxième cas : Trouver l'inverse d'une puissance de dix :

La règle : L'inverse d'une puissance de dix est une nouvelle puissance de dix dont l'exposant est l'opposé de celui de la première :  $1 \div 10^a = 10^{-a}$

Autrement dit : on peut passer une puissance de dix du dénominateur d'une fraction (en bas) au numérateur (en haut) en changeant le signe de son exposant, et inversement (c'est une astuce qui simplifie parfois les calculs)

Exemples :  $1 \div 10^2 = 10^{-2}$

$$1 \div 10^{-5} = 10^{-(-5)} = 10^5$$

$$10^{-6} = 1/10^6$$

### Troisième cas : Diviser deux puissances de dix :

La règle : Lorsque l'on divise entre elles deux puissances de dix, on obtient une nouvelle puissance de dix, dont l'exposant est la différence entre les deux exposants (celui du numérateur moins celui du dénominateur):

$$10^a \div 10^b = 10^{a-b}$$

Exemples :  $10^3 \div 10^2 = 10^{3-2} = 10^1$

$$10^{-6} \div 10^{-3} = 10^{-6-(-3)} = 10^{-6+3} = 10^{-3}$$

$$10^3 \div 10^{-5} = 10^{3-(-5)} = 10^{3+5} = 10^8$$

Dans ce dernier exemple on peut aussi remplacer la division par la puissance de dix négative, en remarquant que diviser par  $10^{-5}$  revient à multiplier par  $10^5$  (astuce signalée précédemment).

On obtient alors  $10^3 \times 10^5 = 10^{3+5} = 10^8$

Astuce : On peut aussi transformer (à l'écrit ou dans sa tête) une puissance de dix en un produit de deux autres puissances de dix dont l'une va se simplifier avec une autre puissance de dix présente dans le calcul.

Exemple :  $10^9 \div 10^6$  on remplace  $10^9$  par  $10^6 \times 10^3$  car il y a déjà un  $10^6$  au dénominateur et on obtient

$$\frac{10^6 * 10^3}{10^6} = 10^3$$

### Quatrième cas : Additionner ou soustraire deux puissances de dix :

Attention piège ! Si on ajoute ou si on soustrait des puissances de dix, on n'obtient en général pas une puissance de dix !

Il n'y a donc pas de règle qui permette une écriture du résultat sous la forme d'une puissance de dix.

Exemples :  $10^3 + 10^2 = 1000 + 100 = 1100$

$$10^3 - 10^1 = 1000 - 0,1$$

Astuce : Lorsque l'on doit additionner des puissances de dix, il peut être pratique de tout ramener à la même puissance de dix que l'on met alors en facteur.

Remarque : dans une somme ou une soustraction, on pourra parfois négliger l'une des puissances de dix devant l'autre.

Exemples :  $10^3 - 10^{-1} = 1000 - 0,1$  si l'on considère que l'on peut négliger 0,1 devant 1000, le résultat vaut alors à peu près 1000.

### Cinquième cas : Élever une puissance de dix à une puissance :

La règle : Lorsque l'on élève une puissance de dix  $10^a$  à la puissance  $b$ , on obtient une nouvelle puissance de dix dont l'exposant est le produit de  $a$  par  $b$  :  $(10^a)^b = 10^{a \times b}$

Ex :  $(10^3)^2 = 10^{3 \times 2} = 10^6$

$$(10^3)^{-7} = 10^{3 \times (-7)} = 10^{-21}$$